

Question Bank

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম (Elective Course)

অঙ্ক (Mathematics)

তৃতীয় পত্র (3rd Paper)

Classical Algebra & Abstract Algebra: EMT-03

1. For positive a, b, c , prove that $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq a + b + c$
a, b, c ধনাত্মক সংখ্যা হলে, $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq a + b + c$
2. Prove that $\sin 7\theta = 7 \sin \theta - 56 \sin^3 \theta + 112 \sin^5 \theta - 64 \sin^7 \theta$
শূন্যস্থান পূরণ করুন: $\sin 7\theta = 7 \sin \theta - 56 \sin^3 \theta + 112 \sin^5 \theta - 64 \sin^7 \theta$
3. Find the general solution of the equation $\tan^{-1}(e^{ix}) - \tan^{-1}(e^{-ix}) = \tan^{-1}i$.
 $\tan^{-1}(e^{ix}) - \tan^{-1}(e^{-ix}) = \tan^{-1}i$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন |
4. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of the equation $x^4 - px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, then $\Sigma \alpha^3 \beta = ?$
 $x^4 - px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ সমীকরণটির বীজগুলি $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ হলে $\Sigma \alpha^3 \beta = ?$
5. If two of the roots of the equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ are equal, then show that
 $4(b^2 - ac)(c^2 - bd) = (bc - ad)^2$
 $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ সমীকরণটির দুটি বীজ সমান হলে, প্রমাণ করুন:
 $4(b^2 - ac)(c^2 - bd) = (bc - ad)^2$
6. If the roots of the equation $16x^4 - 64x^3 + 56x^2 + 16x - 15 = 0$ are in A.P., then find the roots.
যদি $16x^4 - 64x^3 + 56x^2 + 16x - 15 = 0$ সমীকরণটির বীজগুলি সমান্তর প্রগতিতে থাকে,
তাহলে বীজগুলি নির্ণয় করুন |
7. State whether the following statements are True /False:
a) $(a, b) = (a, c)$ implies $(a^2, b^2) = (a^2, c^2)$
b) $(a, b, c) = [(a, b), (a, c)]$
c) $(a, b) = (a, c)$ implies $[a, b] = [a, c]$
d) $a^3 | c^3$ implies $a | c$

নিম্নলিখিতবক্তব্যগুলিঠিক/ ভুল বিচার করুন:

- a) $(a, b) = (a, c)$ বোঝায় $(a^2, b^2) = (a^2, c^2)$
- b) $(a, b, c) = [(a, b), (a, c)]$
- c) $(a, b) = (a, c)$ বোঝায় $[a, b] = [a, c]$
- d) $a^3 \mid c^3$ বোঝায় $a \mid c$

8. For two sets A & B, $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = ?$

A এবং B দুটি সেট হলে, $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = ?$

9. Check whether the following are 'one-to-one' mapping:

- a) $f(x) = 7$
- b) $f(x) = \tan x$
- c) $f(x) = 6x - 5$
- d) $f(x) = |x|$

নীচেরচিত্রগুলিরকোনটি/গুলি 'এক বনাম এক' চিত্রণ বলুন:

- a) $f(x) = 7$
- b) $f(x) = \tan x$
- c) $f(x) = 6x - 5$
- d) $f(x) = |x|$

10. Let G be a group and $a, b \in G$. then show that $b^{-1} a^{-2} b = (b^{-1} a b)^{-2}$

$a, b \in G$,যেখানে G একটি দল | তাহলে দেখান যে $b^{-1} a^{-2} b = (b^{-1} a b)^{-2}$

11. State whether the following statements are True /False:

- i) Cyclic group is commutative
- ii) An infinite cyclic group has exactly one generator.
- iii) Every subgroup of a cyclic group is cyclic
- iv) nth roots of unity form a finite cyclic group with respect to multiplication.

নিম্নলিখিতবক্তব্যগুলিঠিক/ ভুল বিচার করুন:

- i) চক্রীয় দল সর্বদা বিনিময়যোগ্য।
- ii) অসীম চক্রীয় দলের কেবলমাত্র একটি জনক থাকতে পারে।
- iii) চক্রীয় দলের যে কোন অধদল চক্রীয় দল হবে।
- iv) একক সংখ্যার n-তম মূলগুলি গুণ সাপেক্ষে একটি সসীম চক্রীয় দল।

12. State whether the following statements are True /False:

- i) The set of even numbers is a ring with unity with respect to addition and multiplication.
- ii) The set of $n \times n$ matrices of real numbers form a commutative ring with respect to matrix addition and multiplication.
- iii) If S and T are two ideals of the ring $\{R, +, \cdot\}$, then their intersection $S \cap T$ will also be an ideal of $\{R, +, \cdot\}$.
- iv) Let $\{R, +, \cdot\}$ be a commutative ring and D be an ideal of it. Then its quotient ring R/D may not be commutative.

নিম্নলিখিতবক্তব্যগুলিঠিক/ ভুল বিচার করুন:

- i) জোড় সংখ্যার সেটটি সাধারণ যোগ ও গুণের সাপেক্ষে একটি অঙ্গন হবে যার মধ্যে গুণের একক আছে।
- ii) বাস্তব সংখ্যার সেটগুলির দ্বারা গঠিত $n \times n$ মাপের ম্যাট্রিক্সগুলি, ম্যাট্রিক্সের যোগ ও গুণের সাপেক্ষে একটি বিনিময়যোগ্য অঙ্গন গঠন করে।
- iii) $\{R, +, \cdot\}$ অঙ্গনের S এবং T দুটি অঙ্গনাল হলে, এদের ছেদ $S \cap T$ ও $\{R, +, \cdot\}$ এর অঙ্গনাল।
- iv) যদি $\{R, +, \cdot\}$ একটি বিনিময়যোগ্য অঙ্গন এবং D তার একটি অঙ্গনাল হয়, তাহলে বিভাজক অঙ্গন R/D টি বিনিময়যোগ্য নাও হতে পারে।

13. Let the mappings $f: R \rightarrow R: f(x) = \sin x$ and $g: R \rightarrow R: g(x) = x^2$, then find the composition $g \circ f$.

ধরা যাক, $f: R \rightarrow R: f(x) = \sin x$ এবং $g: R \rightarrow R: g(x) = x^2$, তাহলে $g \circ f$ চিত্রণটি নির্ণয় করুন।

14. Simplify: $(3 + \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \dots) (\frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \dots)$

15. সরলীকরণ করুন $(3 + \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \dots) (\frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \frac{1}{b+a} \dots)$ ।

15. Check whether the following statements are True /False:

- i) Every field is an integral domain.
- ii) Every integral domain is a field.
- iii) A field has no proper ideal.
- iv) A field does not contain a zero divisor.

1. নিম্নলিখিতবক্তব্যগুলিঠিক/ ভুল বিচার করুন:

- i) যে কোন ফিল্ডই পূর্ণাঙ্গ ক্ষেত্র।

- ii) যে কোন পূর্ণাংগ ক্ষেত্রই ফিল্ড |
- iii) প্রসঙ্গের কোনও প্রকৃত অঙ্গনাল নেই |
- iv) কোনও প্রসঙ্গে শূন্যের ভাজক থাকে না |